



8. Sınıf Öğrencilerinin Üslü İfadeler ile İlgili Sayı Duyularının Sayı Duyusu Bileşenleri Bakımından İncelenmesi *

Esra İymen ¹, Asuman Duatepe-Paksu ²

Öz

Bu çalışmada 8. sınıf öğrencilerinin üslü sayılar ile ilgili sorularda sayı duyularının, sayı duyusu bileşenleri bakımından incelenmesi amaçlanmıştır. Bu amaçla Ege Bölgesinin bir il merkezinde bulunan devlet okulundan yirmi 8. sınıf öğrencisi ile görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Görüşme yapılacak öğrenciler üslü sayı çiftlerini karşılaştırma testi kullanılarak belirlenmiştir. Araştırmanın verileri Üslü İfadeler ile İlgili Sayı Duyusu Ölçeği kullanılarak toplanmıştır. Öğrenciler ile yapılan görüşmelerden elde edilen veriler nitel tekniklerle analiz edilmiştir. Araştırmada, 8. sınıf öğrencilerinin üslü sayılara yönelik sorularda başarılı bir şekilde sayı duyularını kullanamadıkları sonucuna varılmıştır. Öğrencilerin kısa ve pratik yöntemler yerine uzun zaman alan ve işleme dayalı çözümlere yöneldiği görülmüştür. Araştırma, sorunun yapısının sayı duyusu kullanımını belirleyen önemli bir faktör olduğunu ortaya koymuştur. Öğrencilerin “denk gösterimler” sayı duyusu bileşenini kullanımında diğer bileşenlere oranla daha başarılı oldukları, diğer bileşenlerin kullanımında ise oldukça başarısız oldukları saptanmıştır. Özellikle öğrencilerin 1’den küçük “sayılar üzerinde işlemlerin etkilerini anlama” sayı duyusu bileşenine yönelik yetersizliklerinin olduğu görülmüştür.

Anahtar Kelimeler

Üslü Sayılar
Sayı Duyusu
8. Sınıf Öğrencileri
Sayı Duyusu Bileşenleri

Makale Hakkında

Gönderim Tarihi: 15.04.2013
Kabul Tarihi: 05.06.2014
Elektronik Yayın Tarihi: 15.02.2015

DOI: 10.15390/EB.2015.2710

Giriş

$72 \div 0,025$ ifadesi 72’den küçük müdür yoksa büyük mü? $\frac{2}{7}$ ve $\frac{3}{7}$ arasında bir sayı var mıdır? Bir öğrenci $72 \div 0,025$ ifadesinin 72’den küçük olduğunu belirtmektedir (Yang, 2005). Bir başka öğrenci, $\frac{2}{7}$ ve $\frac{3}{7}$ arasında başka bir sayı olmadığını düşünmektedir (Markovits ve Sowder, 1994). Bu şekilde yanıt veren öğrencileri, yanıtlarının doğruluğu hakkında şüpheye düşürecek olan his nedir? Buna benzer sorulara standart ve mekanik bir şekilde yapılan işlemleri uygulamadan doğru yanıt vermeyi sağlayacak olan beceri nedir? Amerika Birleşik Devletleri’nde Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi (National Council of Teachers of Mathematics) tarafından belirlenen Okul

* Bu çalışma yüksek lisans tezinden üretilmiştir.

¹ Pamukkale Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, İlköğretim Bölümü, Türkiye, esraiymen@gmail.com

² Pamukkale Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, İlköğretim Bölümü, Türkiye, aduatepe@pau.edu.tr

Matematiği için Öğretim Programı ve Değerlendirme Standartları (Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics) isimli kitapta bu beceri sayı duyusu olarak ifade edilmiştir (NCTM, 1989). Buna ek olarak K- 4. sınıflar için belirtilen sayı duyusu ve sayılama isimli (Number Sense and Numeration) standartta iyi bir sayı duyusuna sahip öğrencinin özellikleri şu şekilde belirtilmiştir: “(1) sayıların anlamlarını iyi bir şekilde anlar, (2) sayılar arasında çoklu ilişkileri geliştirebilir, (3) sayıların birbirlerine göre büyüklüklerini tanır, (4) işlemlerin sayılar üzerindeki etkilerini anlar ve (5) çevresinde ölçüm yapmasını gerektirecek durumlarda referans noktaları geliştirip kullanabilir” (s.38).

Sayı Duyusu Bileşenleri

Sayı duyusu ile ilgili çalışan araştırmacılar tarafından sayı duyusunun bileşenlerine yönelik pek çok sınıflandırma yapılmıştır (Greeno, 1991; Markovits ve Sowder, 1994; McIntosh vd., 1992; Reys vd., 1999; Sowder ve Schappelle, 1994). Mevcut çalışmada araştırmacılar tarafından belirtilen bileşenler şu şekildedir: *denk ifadeler*, *sayısal tahmin*, *sayı büyüklükleri*, *işlemlerin etkilerini anlama* ve *referans noktası kullanımı*dır. *Denk ifadeler* sayı duyusu bileşeni verilen bir sayıyı ya da bütün olarak ifadenin denklerini kullanarak pratik bir şekilde hesaplama işlemlerinin yapılmasına yönelik becerileri içermektedir. *Sayısal tahmin* bileşeni uygun bir yaklaşık bir değeri düşünebilme ve sonuç için yaklaşık bir tahminde bulunabilme ile ilgili becerileri ifade etmektedir. *Sayı büyüklükleri* sayı duyusu bileşeni ise sayıları karşılaştırma, iki sayıdan üçüncü sayıya yakın olan sayıyı belirleyebilme, sayıları sıralama veya verilen iki sayı arasındaki sayıyı bulabilme gibi becerileri ile ilgilidir. *İşlemlerin etkilerini anlama* bileşeni işlemlerin örneğin 1’den küçük bir değer ile çarpma işleminin sonucunu nasıl etkilediğini anlama ile ilgili beceriler ile ilgilidir. *Referans noktası kullanımı* bileşeni sayısal verileri içeren durumlarda bir karar vermeye yardımcı olacak şekilde yapılan kıyaslama işlemlerinin yapılabilmesi ile ilgili bir beceridir.

Sayı Duyusu ile İlgili Çalışmalar

Sayı duyusunu konu alan çalışmaların bir kısmında sayı duyusunun; sınıf düzeyi, cinsiyet veya matematik başarısı ile ilişkisi incelenmiştir. Bu çalışmalarda sayı duyusu kullanımının oldukça düşük olduğu (Harç, 2010; Işık ve Kar, 2011; Kayhan-Altay, 2010; Menon, 2004; Mohamed ve Johnny, 2010; Singh, 2009; Yang, 2005), soruların yapısının sayı duyusu kullanımını etkilediği, düşünmeye teşvik eden sorularda (Kayhan-Altay, 2010) ve standart işlemler yerine bir bağlam içerisinde verilen problemlerde (Sturdevant, 1991) sayı duyusu kullanımının arttığı, doğal sayılara göre rasyonel ve ondalık sayı alanlarında öğrencilerin daha fazla zorlandıkları (Kayhan-Altay, 2010; Mohamed ve Johnny, 2010; Singh, 2009), dil, uzamsal düşünme ve hafıza yetenekleri ile sayı duyusu arasında (Jordan, Glutting ve Ramineni; 2009), ve sayı duyusu ile matematik başarısı arasında (Harç, 2010; Jordan, Glutting ve Ramineni, 2009; Kayhan-Altay, 2010; Mohamed ve Johnny, 2010; Sturdevant, 1991) pozitif bir ilişkinin olduğu, sayı duyusu yeteneğinin öğrencilerin daha sonraki yıllarda gösterecekleri matematik başarıları bakımından güçlü bir yordayıcı olduğu görülmüştür (Mohamed ve Johnny, 2010). Kayhan-Altay’ın (2010) Mohamed ve Johnny’nin (2010) çalışmalarında sınıf düzeyi ilerledikçe, öğrencilerin sayı duyusu kullanma oranlarının azaldığı ve standart işlemleri uygulama eğilimlerinin arttığı görülürken, Singh (2009), Pike ve Forrester (1996) ve Işık ve Kar (2011) tarafından yapılan çalışmalarda ise öğrencilerin sınıf düzeyleri ve yaşları arttıkça sayı duyusu testlerindeki puan ortalamalarının arttığı görülmüştür. Sturdevant’ın (1991) çalışmasında öğrencilerin işlemlerin etkilerini anlama bileşeni ile ilgili sorularda diğer bileşenlere göre biraz daha başarılı oldukları belirtilirken Harç’ın (2010), Mohamed ve Johnny’nin (2010) ve Singh’in (2009) çalışmalarında doğru yanıtlama yüzdelerinin işlemlerin etkilerini anlama bileşeni ile ilgili sorularda düşük olduğu görülmüştür. Bununla ilgili olarak işlemlerin etkilerini anlama bileşeni ile ilgili bir kazanıma ülkemizdeki ders programında yer verilmemiş olduğu belirtilmiştir (Harç, 2010). Harç’ın (2010) çalışmasında öğrencilerin sayı duyusunun en sık “ölçüm referansları” bileşeni ile ilgili sorularda kullandığı belirtilmiştir. Menon’un (2004) çalışmasında tahmin gerektiren sorularda öğrencilerin

yetersizliklerinin olduğu vurgulanmıştır. Öğrencilerin, standart işlemlere ve kurallara aşırı güvenlerinin olduğu ve soruların çözümünde çoğunlukla bu yöntemleri seçtikleri (Harç, 2010; Kayhan-Altay, 2010; Singh, 2009; Yang, 2005), ayrıca standart yolları kullanan öğrencilerin kuralları yanlış hatırladıkları veya “çarpma işlemi büyütür ve bölme işlemi küçültür” şeklindeki “bireysel genellemeler” olarak tanımlanan matematiksel olarak doğru olmayan düşünceler ile yanıt verme oranlarının yüksek olduğu görülmüştür (Harç, 2010). Singh’in (2009) ve Kayhan-Altay’ın (2010) çalışmasında erkek öğrencilerin ve Menon’un (2004) çalışmasında ise kızların sayı testlerinden aldıkları puan ortalamaları daha yüksek çıktığı görülmüştür. Harç’ın (2010), Kayhan-Altay’ın (2010), Menon’un (2004) ve Sturdevant’ın (1991) çalışmalarında hiçbir sınıf düzeyinde sayı duyusu kullanımı bakımından cinsiyetler arasında anlamlı bir farklılık olmadığı belirlenmiştir. Singh’in (2009) çalışmasında ise cinsiyetler arasında erkek öğrenciler lehine anlamlı farklılık yalnızca 1. sınıf öğrencilerinde çıkmıştır.

Sayı duyusunun bazı matematiksel beceriler (tahmin, gösterim, yazılı hesap) ile ilişkisini inceleyen çalışmalarda; öğrencilerin yazılı hesap performanslarının, sayı duyusu testinden daha yüksek olduğu (Reys ve Yang, 1998; Yang ve Huang, 2004), yüksek yazılı hesap başarısının anlamlı öğrenmeye eşlik edemediği (Yang ve Huang, 2004), öğrencilerin yazılı hesaplara oldukça güvendikleri fakat cesaretlendirildiklerinde sayı duyusunu kullanabildikleri (Reys ve Yang, 1998), uzunluk tahmini ve sayı duyusu arasında yüksek bir korelasyon bulunmazken, alan tahmini ve sayı duyusunun üç bileşeni arasında yüksek korelasyon olduğu (Pike ve Forrester, 1996), farklı gösterimler arasında geçiş yapabilen öğrencilerin sayı duyusunun yüksek olduğu (Yang ve Huang, 2004), sayı duyusu yüksek öğrencilerin rutin olmayan problem çözme becerilerinin de yüksek olduğu (Işık ve Kar, 2011). öğrencilerin yaptıkları işlemleri ve buldukları sonuçları yorumlamada güçlük yaşadıkları ve çözümlerinin gerekçelerini açıklarken genellikle kural temelli yaklaşımları kullanma eğiliminde oldukları (Işık ve Kar 2011), öğrencilerin kesirli sayılar ve ondalık sayılar arasında bağlantı kurmakta zorlandıkları (Reys ve Yang, 1998) görülmüştür.

Farklı kültürlerdeki bireylerin sayı duyularını karşılaştıran çalışmalarda; Amerika Birleşik Devletleri, Avustralya, İsveç ve Tayvandı yapılan araştırmalarda öğrencilerin ondalık sayılar ile kesirli sayıların ilişkisi ile ilgili yetersizliklerinin olduğu (Reys, Reys, McIntosh, Emanuelsson, Johansson ve Yang, 1999), İsrail ve Koredeki öğrencilerin doğal sayıları içeren sorularda ondalık ve kesirli sayılara göre daha başarılı oldukları (Markovits ve Pang, 2007), bu öğrencilerin referans noktası kullanımlarının düşük olduğu (Markovits ve Pang, 2007; Reys vd., 1999), Çinli ve Finli öğrencilerin sayı duyusu kullanımları bakımından cinsiyetler arasında bir fark olmadığı (Aunio, Niemivirta, Hautamaki, van Luit, Shi ve Zhang, 2006), kültürün sayı duyusu becerisi ile ilgili olarak farklılıklara sebep olduğu (Aunio vd., 2006; Markovits ve Pang, 2007; Reys vd., 1999), sayı duyusu becerisindeki yetersizliğin birçok ülke için geçerli olan bir sorun olduğu (Reys vd., 1999), öğretim sırasındaki standart hesaplamalara ve tam sonuç elde etmeye verilen değerlerin sayı duyusu kullanımını olumsuz etkilediği görülmüştür (Markovits ve Pang, 2007; Reys vd., 1999). Örneğin, geleneksel hesaplamalara verilen önemin fazla olduğu program ile öğrenim gören Koreli öğrencilerin teşvik edildiğinde sayı duyusunu kullanabildikleri halde rehber olmadığında yine standart hesaplama yapma eğilimini devam ettirdikleri görülmüştür (Markovits ve Pang, 2007).

Diğer yandan üslü sayı anlayışlarını ve kavram yanılgılarını inceleyen çalışmalarda; öğrencilerin üstel ifadeleri karşılaştırırken ve sezgisel olarak bir tahminde bulunmada zorlandıkları (Sastre ve Mullet, 1998), üslü sayılar için verilen “tekrarlı çarpım” yaklaşımının reel taban ve üsse sahip ifadeler için de anlamlandırılmasının gerekli olduğu (Pitta-Pantazi vd., 2007), 13-14 yaşlarındaki öğrencilerin üslü sayı büyüklüklerindeki artışın toplamsal olduğunu düşündükleri (Sastre ve Mullet, 1998), öğrencilerin tabanı ve üssü doğal sayı olan ifadeleri karşılaştırmaya yönelik sorularda yüksek başarıya sahip oldukları, farklı sayı alanına sahip taban ve kuvveti içeren ifadelerin yer aldığı sorularda zihinsel karşılaştırmaları yaparken zorlandıkları ve düşük başarı gösterdikleri (Avcu, 2010),

farklı öğretim kademelerinde öğrencilerin üslü sayılara yönelik yaşadıkları zorluğun ve kavram yanlışlığının fazla olduğu (Avcu, 2010; Cengiz, 2006; Duatepe-Paksu, 2008; Şenay, 2002), yaşanan bu zorlukların üslü sayının değerini belirleyememe, sıfırcı kuvvetin anlamını algılayamama, $(-a)^n$ ile $-a^n$ ifadelerini birbirinden ayırt edememe, negatif üssü algılayamama, x^n ve n^x ifadelerini birbirinden ayırt edememe, üssü çift olan bir sayının değerinin daima pozitif olduğunu fark edememe, üslü sayının kuvvetinin değerini bulmada zorlanma, üslü ifadelerde toplama ve çıkarma işlemlerinde karşılaşılan güçlükler, çarpma ve bölme işlemlerinde karşılaşılan güçlükler ve negatif üslü ifadelerle işlemlerle karşılaşılan güçlükler olarak gruplandırılabilir (Duatepe-Paksu, 2008).

Araştırma Problemi ve Araştırmanın Önemi

Sayılar ve aritmetik ilköğretim matematik eğitiminin temel konularından biridir. Ancak bu konuların sunumu dört işlem kuralları, çarpım tablosu, formel yazılı hesaplama becerileri ile sınırlı kalabilmektedir. Bu sınırlılık sebebiyle pek çok kişi matematik dersinin kurallar ve formüllerden oluştuğunu düşünebilir ve matematik dersini zor bir ders olarak algılayabilir. Sayıları içeren problemleri anlamlandırabilmek ve çözebilmek için sayıların ve onların birbiri ile ilişkisinin bilinmesi gerekir. Bu beceriler ile ilgili sayı duygusu kavramı yaklaşık son 20 yıldır üzerinde çalışılan konulardan biridir ve pek çok araştırmacı tarafından önemi vurgulanmaktadır. Sayı duygusunu konu alan farklı ülkelerde yapılmış pek çok çalışma bulunmaktadır. Sayı duygusu kavramının yapılmış pek çok tanımı onun oluşturan bileşenleri listelemeye yöneliktir (Greeno, 1991; Kayhan-Altay, 2010; McIntosh vd. 1992; Reys vd., 1999). Bu sebeple öğrencilerin sayı duygusunu belirleyebilmek için bileşenleri açısından incelenmesini gerekli olduğu söylenebilir. Fakat ülkemizde yeni çalışılan konulardan biri olması sebebiyle bu konuda sınırlı sayıda çalışma bulunmaktadır. Benzer şekilde, üslü sayılara yönelik de alanyazında çok az çalışma bulunmaktadır. Üslü sayılar farklı disiplinlerde ve ilköğretim ile sonraki öğretim kademelerinde çok sık karşılaşılan bir kavramdır. Genel olarak üslü sayılar ile ilgili yapılan çalışmalarda öğrencilerin yetersizliklerinin olduğu görülmektedir. Alanyazında sayı duygusu konusunda üslü sayı formlarını içeren çalışmaya rastlanmamıştır. Üslü sayılar ile ilgili yetersizliklerin önüne geçebilmek için öğrencilerin üslü sayılar konusundaki sayı duygularının belirlenmesi önemlidir. Bu sebeple, öğrencilerin üslü sayı duygularının nitel bir araştırma yöntemi ile ayrıntılı olarak incelenmesinin alana katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Araştırmanın problemi şu şekilde ifade edilebilir:

8. sınıf öğrencilerinin üslü ifadeler ile ilgili sayı duyguları, sayı duygusu bileşenleri bakımından nasıldır?

Yöntem

Araştırmada, 8. sınıf öğrencilerinin üslü sayılar ile ilgili sorularda sayı duyularının sayı duyusu bileşenleri bakımından incelenmesi amaçlandığından verilerin toplanması, analiz edilmesi ve yorumlanmasında temel olarak nitel araştırma yöntemi benimsenmiştir. Araştırma deseni, nasıl ve niçin sorularını temel alan, araştırmacının kontrol edemediği bir olgu ya da olayı derinlemesine incelemeye olanak tanıyan durum çalışması olarak belirlenmiştir (Yıldırım ve Şimşek, 2008).

Ölçme Aracı

Araştırmada veri toplama amacıyla; üslü sayı çiftlerini karşılaştırma testi ve üslü ifadelerle ilgili sayı duyusu ölçeği kullanılmıştır.

Üslü Sayı Çiftlerini Karşılaştırma Testi

Görüşme yapılacak öğrencileri belirlemek amacıyla Pitta-Pantazi vd. (2007) tarafından geliştirilen üslü sayı çiftlerini karşılaştırma testi kullanılmıştır. Test 20 maddeden oluşmaktadır. Her bir maddede büyüklük bakımından karşılaştırılmak üzere üslü sayı çiftleri yer almaktadır. Öğrencilerden bilgisayar veya hesap makinesi kullanmadan, maddelerdeki üslü sayıları karşılaştırarak aralarına $<$, $>$, veya $=$ işaretlerinden uygun olanını yerleştirmesi beklenmektedir. Maddelerde yer alan üslü sayıların değerleri kâğıt kalem ile kolayca hesaplanamayacak büyüklüktedir. Burada amaç, hesaplama yapmak yerine üslü sayıların özelliklerini düşünerek karşılaştırma yapmaya yönlendirmektir. Bunun yanı sıra her bir maddede cevaba ulaşırken kullanılan özelliklerin ve düşünme süreçlerinin maddelerin yanındaki boşluklara yazılması istenmiştir. Testin ilk 8 maddesinde karşılaştırılması istenen üslü sayıların tabanları aynı iken kuvvetleri farklı, son 12 sorusunda ise üslü sayıların tabanları farklı iken kuvvetleri aynıdır. Üslü sayıların tabanları ve kuvvetleri negatif, pozitif ve ondalık sayılar olmak üzere farklı sayı alanlarını içerecek şekilde hazırlanmıştır.

Testin son 4 maddesinde yer alan üslü sayıların kuvvetleri kesirli sayıları içermektedir. Öğrenciler bu formdaki üslü sayıları henüz öğrenmemiş oldukları için araştırmada testin negatif ve pozitif tam sayı kuvvetlere sahip üslü sayıların yer aldığı ilk 16 maddesi kullanılmıştır.

Üslü İfadeler ile İlgili Sayı Duyusu Ölçeği

Öğrencilerin kullandıkları sayı duyusu bileşenlerini belirlemek amacıyla Üslü İfadeler ile İlgili Sayı Duyusu Ölçeği kullanılmıştır. Ölçek alanyazında belirtilen denk gösterimler, sayısal tahmin, sayı büyüklükleri, işlem etkisi ve referans noktası kullanımı sayı duyusu bileşenlerine yönelik açık uçlu soruları içermektedir. Ölçek geliştirilirken uzman görüşü ile elde edilen puanlar sonucunda her bir maddeye ilişkin hesaplanan kapsam geçerlilik oranı yeterli seviyede bulunmuştur. Ölçekte, bir soru iki kısımdan oluşmak üzere, 11 çalışma sorusu bulunmaktadır.

Ek 1 de yer alan ölçeğin ilk iki sorusu denk gösterimler ve referans noktası kullanımı bileşenlerine yöneliktir. 3 ve 4. sorusu denk gösterimler bileşeni kullanımını belirlemeye yönelik hazırlanmıştır. 5 ve 6. sorular sayısal tahmin, 7 ve 9. sorular ise sayı büyüklükleri, 10 ve 11. sorular işlemlerin etkilerini anlama bileşenleri ile ilgilidir. 8. soru ise hem sayı büyüklükleri hem de referans noktası kullanımı bileşenine yöneliktir.

Verilerin Toplanması

Pitta-Pantazi vd. (2007) tarafından geliştirilen ölçme aracı görüşme yapılacak öğrencileri belirlemek için uygulanmıştır. Bu ölçme aracı 2011-2012 eğitim öğretim yılı kasım ayının 2. haftasında Ege bölgesindeki bir il merkezinde eğitim veren bir devlet okulunun 108 sekizinci sınıf öğrencisine uygulanmıştır. Test tüm şubelerin ortak olan rehberlik ders saatinde (40 dakika) tüm sınıflara aynı anda uygulanmıştır. Uygulama sürecinde her bir sınıfta şubelerin sınıf öğretmenleri bulunmuştur. Bunun yanı sıra birinci araştırmacı tarafından sınıflarda dolaşmış, çalışmanın amacı anlatılmış ve gerekli açıklamalarda bulunulmuştur.

Ölçme aracındaki maddeleri doğru yanıtlayan öğrencilere 1 puan ve yanlış yanıtlayan öğrencilere 0 puan verilerek ve her bir öğrencinin aldığı test toplam puanı belirlenmiştir. Daha sonra her bir sorunun madde güçlük indeksi hesaplanmıştır. Madde güçlük indekslerine göre sorular çok kolay, kolay, orta güçlükte ve zor olarak gruplandırılmıştır. Görüşme yapılan öğrenciler test toplam puanları 8 ve üstünde olanlar arasından belirlenmiştir. Bunun amacı üslü sayılar konusunda temel kavramlardan oldukça yoksun öğrencilerin görüşmeye dahil edilmemesidir.

Araştırmanın uygulaması ise 2011-2012 eğitim öğretim yılı aralık ayının 1. ve 3. haftaları arasında 20 öğrenci ile bire bir görüşmeler yapılarak gerçekleştirilmiştir. Görüşme zamanları öğrencilerin ders programları dikkate alınarak okul idaresi ve araştırmacı tarafından belirlenmiştir. Görüşmeler okul binasında okul yönetiminin sağladığı özel eğitime ihtiyaç duyan öğrenciler için ayrılan odalardan birinin boş olduğu zamanlarda yapılmıştır. Tüm görüşmeler birinci araştırmacı tarafından gerçekleştirilmiştir. Her bir öğrenciye görüşme soruları gösterilerek görüşmenin amacı ve içeriği anlatılmıştır. Görüşme sırasında söylediklerinin isimleri kullanılarak hiç bir yerde yayınlanmayacağı ve yanıtlarının notlarını olumsuz yönde etkilemeyeceği açıklanmıştır. Yapılan görüşmeler öğrencilerin izni alınarak ses kayıt cihazı ile kaydedilmiştir. Görüşmeyi istedikleri zaman bitirilebileceklerinin ve isterlerse kayıtların silinebileceğinin güvencesi verilmiştir. Görüşmeler öğrencilerin rahatça düşüncelerini ifade edebilmeleri için sohbet tarzında yürütülmeye çalışılmıştır. Her bir görüşme ortalama 35-40 dakika sürmüştür.

Gerçekleştirilen yarı yapılandırılmış görüşmelerde öğrencilere, Ek 1’de yer alan Üslü İfadeler ile İlgili Sayı Duyusu Ölçeği yazılı olarak verilmiş ve sırasıyla soruları anlayıp yanıtlamaları istenmiştir. Görüşmelerde sorular tüm öğrencilere aynı sırayla sorulmuştur. Öğrencilerden soruları yanıtlarken yüksek sesle düşünmeleri istenmiştir. Bunun yanı sıra öğrencilerin düşünme süreçlerini anlamak amacıyla klinik görüşme tekniğinin özellikleri kullanılmıştır (Ginsburg, 1997). Öğrencilerin verdikleri yanıtların ardından “Nasıl düşündün?”, “Neden?” veya “Nasıl karar verdin?” gibi sorular sorulmuştur. Bunların yanı sıra uzun işlemlere yönelen öğrencilere “Bu işlemleri yapmadan karar verebilir misin?” ve “Şöyle de çözebilirim dediğin başka bir çözüm yolu var mı?” soruları yöneltilmiştir.

Çalışma Grubu

Çalışmada zengin veri elde edebilmek amacıyla başarılı öğrencileri seçmek amaçlanmıştır. Pitta-Pantazi (2007) testindeki sorulardan madde güçlüğüne göre çok zor ve orta güçlükte bulunanların tamamını yanıtlayan öğrenci bulunmadığı için kolay olan 6 sorunun en az 5’ini doğru cevaplayan 14 öğrenci seçilmiştir. Bunun yanında katılımcıların sayısını arttırmak amacıyla çok kolay olan soruların tamamını doğru yanıtlayan 6 öğrenci de katılımcılara dahil edilmiştir. 20 öğrenci 11 kadın ve 9 erkekten oluşmaktadır.

Verilerin Analizi

Öğrenciler ile yapılan görüşmelerden elde edilen veriler nitel tekniklerle çözümlenmiştir. Görüşmelerin ses kayıtları dinlenerek yazılı metinler haline getirilmiştir. Her bir öğrencinin bütün ifadelerinin bulunduğu metinler ayrı ayrı dosyalanmıştır. Dosyalarda öğrencinin ifadeleri her bölüm bir görüşme sorusunu içerecek şekilde alt bölümlere ayrılmıştır. Sorulara göre gruplamak yerine, öğrenci ifadelerinin bir bütün halinde dosyalanmasındaki amaç, aynı öğrencinin farklı sorulardaki sayı duyusu kullanımlarını kolay karşılaştırabilmektir.

Öğrencilerin ifadelerinde tekrar eden kod ve temaları belirlemek için nitel analiz yaklaşımlarından “içerik analizi” tekniği kullanılmıştır (Yıldırım ve Şimşek, 2008). Veri analizinde, ilköğretim matematik eğitiminde yüksek lisans yapan, veri analizinde deneyimli, nitel araştırma konusunda ders almış ve bu yönetime dayalı araştırma yapmış biri birinci yazar olmak üzere 3 araştırmacı birlikte çalışmıştır. Sayı duyusu kullanan ve kullanmayan öğrencilerin yanıtları ayrıntılı olarak analiz edilmiştir. Araştırmada içerik analizi yaklaşımına uygun olarak verilerin çözümlenme aşamaları aşağıda açıklanmıştır. Araştırma verileri üzerinde üç araştırmacı birbirinden bağımsız çalışarak sayı duyusu bakımından önemli olabilecek ifadeleri belirlemiştir. Daha sonra araştırmacılar bir araya gelerek belirlenen ifadeleri birer alt başlık halinde gruplamıştır. Bu gruplara birer kod atanmıştır. Belirlenen kodlar harfler ile temsil edilmiştir. Araştırmacılar tarafından araştırma verileri birbirinden bağımsız olarak yeniden incelenerek, tekrar eden ifadeler için harfler sayfa kenarına yazılarak kodlamalar yapılmıştır. Kodlama güvenilirlik çalışması için araştırmacılar tekrar bir araya gelerek öğrenci ifadelerine verdikleri kodlar hakkında tartışmışlardır. Üzerinde % 100 fikir birliğine varılan kodlar tema oluşturmaya dahil edilmiştir. Her bir soru için bulunan kodlar ortak başlıklar altında toplanarak temalar oluşturulmuştur. Ortaya çıkan temalara göre düzenlenen veriler gerekli alıntılar ile desteklenerek sunulmuştur. Analizlerde her bir görüşme sorusu için ayrı kodlar ve ayrı temalar oluşturulmuştur. Fakat farklı sorularda tekrar eden kodlar olduğu durumlarda aynı ifadeler ile kodlanmıştır.

Araştırmada Geçerlik ve Güvenirlik Sağlama Çalışmaları

Araştırmada verilerin elde edildiği katılımcılar, katılımcılar ile görüşme yapılan ortam, veri toplama ve analiz yöntemleri ayrıntılı bir şekilde açıklanmıştır. Öğrencilerin nasıl seçildiği görüşmelerin nasıl yapıldığı, verilerin nasıl kaydedildiği, verilerin nasıl analiz edildiği gibi yöntem ile ilgili bilgiler ayrıntılı bir şekilde tanımlanmıştır.

Veri analizleri güvenilirlik amacıyla birinci yazar dışında iki araştırmacı ile birlikte gerçekleştirilmiş ve % 100 hem fikir olunan kodlar analize dâhil edilmiştir.

Bulgular

Öğrencilerin Sorulardaki Doğru ve Yanlış Yanıtları ile Sayı Duyusu Kullanımlarının Analizi

Tablo 1'de öğrencilerin her bir soruya verdikleri doğru ve yanlış yanıtların dağılımı gösterilmiştir.

Tablo 1. Doğru ve Yanlış Yanıtların Frekans ve Yüzde Dağılımları

Soru	1	2a	2b	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Doğru	15 %75	13 %65	10 %50	15 %75	16 %80	1 %5	4 %20	10 %50	13 %65	14 %70	12 %60	10 %50
Yanlış veya Boş	5 %25	7 %35	10 %50	5 %25	4 %20	19 %95	16 %80	10 %50	7 %35	6 %30	8 %40	10 %50

En fazla öğrenci tarafından doğru olarak yanıtlanan sorunun denk gösterimler bileşeni ile ilgili olan 4. soru olduğu söylenebilir. 5 ve 6. sorular dışındaki soruların hepsinde doğru yanıtların % 50 ve daha fazla olduğu söylenebilir. 5 ve 6. sorular sayısal tahmin bileşeninin de kullanılabilceği sorulardır. 5 ve 6. sorulara sırasıyla yalnızca 1 ve 4 öğrenci doğru yanıt vermiştir. Sayısal tahmin ile ilgili sorularda öğrencilerin düşük başarı gösterdikleri söylenebilir.

Bunun yanında Tablo 2'de her bir sorunun çözümünde sayı duyusu kullanan öğrenci sayıları verilmiştir.

Tablo 2. Görüşme sorularının çözümünde sayı duyusu kullanan öğrenci sayılarının dağılımı

Soru	1	2a	2b	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Sayı duyusu kullanımı	3	3	1	15	18	5	14	10	11	13	12	10

Tablo 2'ye bakıldığında standart işlemleri uygulayarak cevaplamanın diğerlerine göre daha kolay olduğu sorularda (1 ve 2. soru) doğru cevaplayan öğrenciler içinde sayı duyusu kullanan öğrenci sayısının düşük olduğu görülmüştür. Benzer şekilde 3. soru da denk gösterimler sayı duyusu bileşeni ile ilgili bir sorudur fakat bu soru standart işlemlerin kolayca uygulanabileceği bir soru değildir. Sayı duyusundaki artışının nedeni sorunun bu yapısına bağlanabilir.

Aşağıdaki sayılardan tam 3 tanesiyle çarpma, bölme, çıkarma veya toplama işlemlerini kullanarak 52 sayısına ulaşabilir misiniz?

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{-4}, 2^2, \left(\frac{1}{6}\right)^{-2}, 52^0, 3^3, 1^0, 26, 2^{-1}, 5^2, 2$$

Şekil 1. 4. Soru

Yine tablodan en başarılı oldukları soru olan 4. sorunun (Şekil 1) aynı zamanda sayı duyusu kullanımının en yüksek olduğu söylenebilir. Ayrıca 4. soruda sayı duyusu kullanan öğrenci sayısının doğru yanıt sayısından fazla olması dikkat çekmektedir. Bu durumun nedeni soruda verilen şartlara uymayan denk gösterimleri oluşturan öğrencilerin yanıtlarının yanlış kabul edilmesidir. Örneğin, öğrenci 52 sayısını 26×2 şeklinde doğru bir şekilde oluşturabilmiştir fakat bu işlem istenen 3 sayıyı kullanma koşulunu sağlamamaktadır. Fakat yine de sayıyı denge verilen sayılar ile doğru bir şekilde oluşturduğu için öğrencilerin sayı duyusu kullandığı söylenebilir.

$5 \times 10^6 + 10^{-6} - 10^6$ ifadesinin yaklaşık değerini tek bir sayı ile ifade edebilir misiniz?

Şekil 2. 5. Soru

Benzer şekilde 5. soruda da (Şekil 2) doğru yanıt sayısının sayı duyusu kullanımında düşük olduğu görülmektedir. Bu soruda sayı duyusu kullanan 5 öğrencinin 3'ü sayıların büyüklüğüne yönelik doğru bir kavrayışa sahiptir. Örneğin, 10^6 değeri için çok büyük bir sayı ve 10^{-6} değeri için çok küçük bir sayı ifadesini kullanmışlardır. Fakat bunu kullanarak doğru cevaba ulaşamamıştır. Diğer 1 öğrenci ise bir tahminde bulunmuştur fakat bulunduğu tahmin yeterince yakın bir değer değildir.

$3^3 \times 2^2$ işleminin sonucunun $3^2 \times 2^2$ veya $3^3 \times 2^3$ olduğunu söylemek birer tahmindir. Hangi tahmindeki hata daha azdır? Neden?

Şekil 3. 6. Soru

Son olarak 6. Soruda (Şekil 3) sayı duyusu kullanımı doğru yanıt sayılarından fazladır. Sayı duyusu kullanan 14 öğrenciden yalnızca 2'si sayı duyusu kullanarak doğru yanıtı ulaşabilmiştir. Öğrencilerin 12'si ise çözüm yollarında sayı duyusunu kullanarak ifadeleri ayırtmış fakat hatalı yorumda buldukları için soruyu yanlış yanıtlamışlardır. Örneğin bu öğrencilerden birinin ifadeleri şöyledir "Şimdi burada [$3^2 \times 2^2$ 'yi kast ederek] değerini azaltmış ya için. Çok azaltmış gibi geldi bana. Yani daha büyük olanın değerini azalttığı için baya bir azaltmış oldu. Burada [$3^3 \times 2^3$ 'yi kast ederek] küçücük yani iki üçten daha küçük olduğu için onu büyütmekte daha az bir hata olmuş olur.". Öğrencinin $3^3 \times 2^2$ ile $3^2 \times 2^2$ ifadelerinden ilkinin daha büyük olup birinin diğerinin 3 katı olduğunu ve $3^3 \times 2^2$ ile $3^3 \times 2^3$ ifadelerinden ilkinin daha küçük olup biri diğerinin 2 katı olduğunu fark ettiği söylenebilir. Bu aşamaya kadar öğrencilerin çarpanları büyüklüklerine göre karşılaştırabilmek için ifadeleri ayırtarak düşünebilmesinin sayı duyusunu kullandığı fakat bu aşamadan sonra kat fikrini dikkate almadığı için hatalı bir sonuca vardığı söylenebilir.

Sayı Duyusu Bileşenlerine Yönelik Sayı Duyusu Kullanımlarının Analizi

Üslü sayı alanı ile ilgili yürütülen bu çalışma öğrencilerin doğal sayılar, tam sayılar ve rasyonel sayılardaki anlayışlarını da görme açısından bir fırsat sunmuştur. Öğrenciler için doğal sayılar, kendilerini en rahat hissettikleri ve dönüşümlerinde en sık kullandıkları sayı alanı olmuştur. Bu duruma örnek olarak 4. soru için öğrencilerin tabanı ve üssü doğal sayı olan değerleri seçme eğilimleri verilebilir. Bir diğer örnek öğrencilerin doğal sayılar üzerindeki işlemlerin etkilerini anlamada daha başarılı oldukları bulgusudur. Buna karşın 1'den küçük bir sayı ile çarpma ve bölme işlemi yapmanın etkisi hakkında çok az öğrenci yorum yapabilmıştır. Bunun yanında ilk 4 sorunun temel olarak *denk gösterimler* bileşeni ile ilgili olduğu söylenebilir.

1254 sayısının 12^{-21} ile bölümü ve 12^{-21} ile çarpımı karşılaştırıldığında hangi işlemin sonucu daha büyük olur?

Şekil 4. 10. Soru

Öğrenciler denk gösterimler bileşenini bu bileşene yönelik hazırlanmamış diğer sorularda da kullanmıştır (Şekil 4). Örneğin 10 ve 11. sorular üslü sayılar ile işlemlerde işlemlerin etkilerinin anlaşılabilmesi ile ilgili olarak hazırlanmıştır. Öğrenciler $1254 \div 12^{-21}$ ifadesini 1254×12^{21} ve 1254×12^{-21} ifadesini de $\frac{1254}{12^{21}}$ şeklinde yazmıştır. Daha sonra 1254×12^{21} ve $\frac{1254}{12^{21}}$ ifadelerini karşılaştırarak ilk ifadenin daha büyük bir değere eşit olduğunu belirtmiştir. Görüldüğü gibi öğrencilerin bu sorularda verilen değerleri, daha rahat düşünebilecekleri tabanı ve üssü doğal sayı olacak şekilde üslü sayıları içeren ifadelere dönüştürmek için denk gösterimler sayı duyusu bileşenini kullandıkları görülmüştür. Bunun yanında öğrencilerin sorularda yer alan ifadelerde dönüşümleri yaparken yanlışlığa düştükleri ve üslü sayılar ile ilgili kuralları birbirine karıştırdıkları görülmüştür. Örneğin bir öğrencinin 9. soruda 7^{-3} için “7’yi yan yana -3 kere çarpmak” gibi matematiksel olarak anlamı olmayan bir ifade kullandığı görülmüştür.

Yaklaşık değer ile ilgili sorularda tam sonuca gerek olmadığını anlayan öğrenciler, işlemleri uygulamak yerine tahminde bulunma eğilimi göstermiştir. Örneğin bir öğrencinin 5. soruya verdiği cevap şekil 5’te verilmiştir.

Şekil 5. Öğrencinin 5. soruya verdiği cevap

Öğrenci şekilde görüldüğü gibi 10^{-6} değerini kesirli bir ifadeye çevirmiş ve değer yaklaşık 4 milyon olacağını şu şekilde açıklamıştır: “Şimdi dört milyon şuranın sonucu olarak buldum. Sonra ne yaptım artı 1 bölü milyon var. Yaklaşık dört milyon (bir süre sonra) Bu işlemi yapmam için paydalarımı eşitlemem lazım.” Fakat öğrenci yaptığı tahmini yeterli bulmamıştır ve payda eşitleme ile sonuca ulaşması gerektiğini düşünmektedir. Öğrencilerin tahmin etme becerilerinin düşük olduğu ve düşüncelerini açıklamaları ile destekleyemedikleri ve bunun yanında tahminlerine güvenmedikleri görülmüştür.

$21^{-3} \square 31^{-2}$ kutuya “>”, “<” veya “=” işaretlerinden hangilerini yerleştirebiliriz?

Şekil 6. 8. Soru

Bunun yanında tahmin konusundaki yetersizliklerinin referans noktası kullanma konusundaki başarısızlıkları ile ilişkili olduğu söylenebilir. 1, 8 ve 9. sorular öğrenciler tarafından referans noktası bileşeninin kullanıldığı sorulardır. Birinci ve dokuzuncu soruda referans noktası yalnızca 2 öğrenci ve sekizinci soruda 8 öğrenci tarafından kullanılmıştır. 8. soru (Şekil 6) en fazla referans noktası kullanılan soru olmuştur fakat yine öğrencilerin yarısından çoğu referans noktası sayı duyusu bileşenini kullanamamıştır. Bu soru için referans noktası kullanımındaki artışın nedeni sorunun yapısından kaynaklanmış olabilir. Bunun yanında referans noktası kullanımı ile ilgili olan 1. soru zihinden veya kâğıt kalem ile hesaplama yapılabilecek $\frac{1}{4}$ ile 0,76 toplamak gibi değerleri

içermektedir. Bu sebeple öğrenciler bu yolu tercih etmiş olabilirler. Fakat 8. soruda verilen 21^{-3} ile 31^{-2} sayıları hesaplama yapmak için oldukça büyük değerlerdir ve sırasıyla 20^{-3} ile 30^{-2} değerlerini referans noktası olarak seçmek iyi bir yoldur. Çünkü soruda verilen değerler kolayca hesaplanabilecek büyüklükte değildir. Bu sebeple öğrenciler “Ben bir bölü yirmi biri bir bölü yirmiye yuvarladım. O da bir bölü dört yüz çıktı. Bir de bir bölü yirmi bir ile bir daha çarpacağız daha da küçüleceğini düşündüm. Bir bölü

otuz biri de bir bölü otuza yuvarladım. Otuz ile otuzu çarptım. Dokuz yüz çıktı.” şeklinde referans noktası kullanımı ile doğru cevaba ulaşmıştır.

$4^{-1} + 0,76 \square 2^0$ <p>Kutunun sağındaki ve solundaki ifadelerin <u>yaklaşık değerlerini</u> düşünerek kutuya “>”, “<” veya “=” işaretlerinden birini yerleştiriniz.</p>
--

Şekil 7. 1. Soru

Öğrencilerin *sayı büyüklüklerini* kavrama konusunda yetersiz olduğu görülmüştür. Örneğin, öğrenciler için $\frac{1}{4}$ ile 0,76’yı topladıklarında 1’den küçük bir sayı elde etmeleri hiç şaşırtıcı bir şey değildir (Şekil 7). Çünkü öğrencilerin bu sayıları çeyrek veya yarımdan daha büyük sayılar olarak düşünmek yerine; işlem yapmak için kullandıkları nesnelere olarak gördükleri söylenebilir. Bir başka ifade ile öğrencilerin sayı büyüklükleri hakkında yeterli hisleri olmadığı için işlemlerin sonucunda buldukları değerlerin doğruluğu hakkında bir düşünceleri de oluşmamaktadır. Benzer şekilde, sayı büyüklüğünü kavrayan öğrencilerin de sayıların birbirine göre durumlarını karşılaştırma konusunda yetersiz oldukları görülmüştür. Örneğin, 10^5 ve 10^{-5} değerlerinin büyüklüğü hakkında fikri olan öğrenciler bu sayıların bulunduğu bir ifade için tahminde bulunamamıştır. Buradan sayı büyüklüklerinin anlaşılması yanında sayıların diğer sayılar içerisindeki yerinin anlaşılmasının da önemli olduğu söylenebilir.

Tartışma, Sonuç ve Öneriler

Araştırmanın sonucunda öğrencilerin üslü sayılara yönelik sayı duyusu kullanımlarının düşük olduğu görülmüştür. Bu sonuç farklı ülkelerde gerçekleştirilmiş tam sayılar ve rasyonel sayıları konu alan pek çok çalışmadaki sayı duyusunun yetersizliği bulgusu ile örtüşmektedir (Harç, 2010; Işık ve Kar, 2011; Kayhan-Altay, 2010; Menon, 2004; Mohamed ve Johnny, 2010; Reys vd., 1999; Singh, 2009; Yang, 2005). Çalışmada öğrencilerin üslü sayılarda yetersiz sayı duyusu kullanımının temelinde tam sayılar ve rasyonel sayı anlayışlarındaki eksikliklerden kaynaklandığı görülmüştür. Nitekim, Duatepe-Paksu (2008) tarafından üslü sayılar konusundaki yanlışların önlenmesi için mutlaka tam sayılar ve rasyonel sayılar konularındaki bilgi eksikliklerinin giderilmesi gerektiği belirtilmiştir.

Öğrencilerin kısa ve pratik yöntemler yerine uzun zaman alan ve işlemlere dayalı çözümlere yönelmesi araştırmanın diğer bir önemli bulgusudur. Araştırmada öğrencilerin, sorunun yapısının uygun olduğu durumlarda standart işlemleri ve önceden ezberledikleri kuralları kullanma eğilimlerinin oldukça fazla olduğu görülmüştür. Bu sonuç gerçekleştirilmiş pek çok çalışmanın bulguları ile örtüşmektedir (Harç, 2010; Işık ve Kar, 2011; Kayhan-Altay, 2010; Reys ve Yang, 1998; Singh, 2009; Yang ve Huang, 2004; Yang, 2005).

Araştırma, sorunun yapısının sayı duyusu kullanımını belirleyen önemli bir faktör olduğunu ortaya koymuştur. Öğrenciler standart yollar ile problemi çözemeyeceklerini anladıklarında durup düşünmeye ve farklı yöntemler aramaya yönelmiştir. Bu sonuç sorunun yapısının, sayı duyusu kullanımını etkilediğini belirten Sturdevant'ın (1991) çalışması ile desteklemektedir.

Araştırmanın bir diğer sonucu, tahminde bulunmaya çalışan öğrencilerin tahmin konusunda başarısız oldukları ve buldukları sonucu yeterli görmedikleri görülmüştür. Bu sonuç alanyazındaki öğrencilerin tahmin konusundaki yetersizliklerini destekleyen diğer çalışmalar ile örtüşmektedir. (Kayhan-Altay, 2010; Menon, 2004; Reys vd., 1999).

Öğrencilerin 1'den küçük sayılar ile çarpma ve bölme işleminin, sonucu nasıl etkilediğini düşünmek yerine kuralları uygulama eğiliminde olduğu görülmüştür. Bu sonuç işlemlerin etkilerini anlama konusunda yetersizliklerin olduğunu belirten Türkiye ve Malezya'da gerçekleştirilmiş diğer çalışmalar ile örtüşmektedir (Harç, 2010; Mohamed ve Johnny, 2010; Singh, 2009). Buna karşın Amerika Birleşik Devletleri'nde Sturdevant'ın (1991) gerçekleştirdiği çalışmada belirttiği işlemlerin etkilerini anlama bileşeni ile ilgili sorularda diğer bileşenlere göre öğrencilerin biraz daha başarılı oldukları bulgusu ile çelişmektedir. Bu çelişki; öğretim programlarında standart hesaplamalara ve tam sonuç elde etmeye verilen değerler ile öğrencinin içinde bulunduğu kültürün sayı duyusu becerisi üzerinde yarattığı farklılıktan (Aunio vd., 2006; Markovits ve Pang, 2007; Reys vd., 1999) kaynaklanmış olabilir.

Öğrencilerin doğal sayı olan taban ve üsse sahip üslü sayılarda çarpma ve bölme işlemlerinin etkisini anlamada negatif kuvvetlere göre daha başarılı oldukları görülmüştür. Bu sebeple öğrencilerin ifadedeki üslü sayıları bu forma dönüştürdükten sonra karar verdikleri görülmüştür. Bu sonuç Avcu'nun (2010) öğrencilerin tabanı ve üssü doğal sayı olan ifadeleri karşılaştırmaya yönelik sorularda yüksek başarıya sahip oldukları, farklı sayı alanına sahip taban ve kuvveti içeren ifadelerin yer aldığı sorularda zihinsel karşılaştırmaları yaparken zorlandıkları ve düşük başarı gösterdikleri bulgusu ile örtüşmektedir.

Araştırma öğrencilerin hesaplama yapmadıklarında, çok büyük ve çok küçük olan üslü sayı büyüklüklerini sezmede zorlandıklarını ortaya çıkarmıştır. Bu sonuç Sastre ve Mullet (1998) tarafından yapılan çalışmada 13-14 ve 16-17 yaş grubundaki öğrencilerin üslü ifadelerin değerlerini sezgisel olarak tahmin ederken zorlandıkları bulgusu ile örtüşmektedir. Öğrenciler özellikle çok büyük ve çok küçük sayıları anlamlandırmakta zorlanmıştır. Öğrencilerin bu sayılara yönelik düşünceleri yanına “*üs değeri kadar sıfır koymak*” gibi oldukça mekaniktir. Bir başka ifade ile sayılar büyüdükçe veya küçüldükçe öğrencilerin sayı büyüklüğünü kavramakta zorlandıkları söylenebilir. Benzer şekilde mevcut araştırmanın Pike ve Forrester (1996) tarafından yapılan çalışma 6-11 yaşları arasındaki öğrencilerin 1-100 arasındaki sayılar arasında sayı büyüklüklerini belirlemede 1-1000 arasındaki sayılara göre daha iyi olmaları bulgusu ile desteklendiği söylenebilir.

Araştırmanın sonucu olarak öğrencilerin üslü sayıların üssündeki artışın sayı büyüklüğüne olan etkisini anlamada yetersizliklerinin olduğu belirlenmiştir. Öğrencilerdeki genel eğilim, bu artışın toplamsal olduğunu düşünme yönündedir. Bu bulgu Sastre ve Mullet (1998)'daki bulgular ile örtüşmektedir.

Öğrencilerin üslü sayıların çarpımını içeren ifadelerde bu dönüşümleri başarıyla yaptıkları halde elde ettikleri yeni ifadeleri karşılaştırma konusunda özellikle 3 farklı ifadeyi karşılaştırırken sınırlılıklara sahip oldukları belirlenmiştir.. Bu bulgu Singh'in (2009) gerçekleştirdiği çalışmada öğrencilerin denk ifadeleri karşılaştırmak için yorum yapamadıkları ve hesaplama yapmaya çalıştıkları bulgusu ile örtüşmektedir.

Araştırmada öğrencilerin rasyonel sayılara yönelik anlayışlarındaki yetersizliğin olduğu ortaya konulmuştur. Öğrencilerin bu konudaki yetersizlikleri onların kuralları anlamadan uygulamasına ve buldukları sonuçları yorumlamakta ve kontrol etmekte zorlanmasına sebep olmuştur. Farklı araştırmalar da öğrencilerin rasyonel ve ondalık sayıların doğasını anlamaya yönelik kavramsal anlayışlarının yetersiz olduğunu göstermiştir (Kayhan-Altay, 2010; Markovits ve Pang, 2007; Mohamed ve Johnny, 2010; Reys ve Yang, 1998; Reys vd., 1999; Singh, 2009).

Araştırma sonucunda öğrencilerin a^{-1} ifadesinin üssündeki (-) değerinin tabana etki ederek bu ifadenin $-a^1$ ifadesine eşit olduğunu düşünme ya da a^{-1} ifadesinin doğrudan a^1 ifadesine eşit olduğunu düşünme gibi hatalarının olduğu görülmüştür. Bunun yanı sıra a^0 ifadesinin a olduğu şeklinde yanlışlara sahip öğrencilerin de olduğu görülmüştür. Bu yanlışlar daha önceki araştırmacılar tarafından belirtilen kavram yanlışları içerisinde yer almaktadır (Avcu, 2010; Cengiz, 2006; Duatepe-Paksu, 2008; Şenay, 2002).

Araştırmada kullanımına ilişkin yetersizliklerin olduğu belirlenen sayı duyusu bileşenlerine yönelik kazanımlara ders programlarında daha fazla yer verilmelidir.

Çalışmanın araştırma grubunu 8. sınıf öğrencileri oluşturmuştur ve öğrenciler üslü sayılarla işlemler ve negatif üs ile çalışmanın yürütüldüğü yıl içerisinde karşılaşmıştır. Ayrıca matematik eğitimi konusunda çalışan araştırmacılar tarafından üslü sayılar ile ilgili daha fazla deneyim geçirme fırsatı olan 9 ve 10. sınıf öğrencilerin üslü ifadeler ile ilgili sayı duyularının incelendiği bir çalışma gerçekleştirilebilir. Bunun yanında araştırmacılar tarafından farklı sayı formlarında sayı duyusu gelişimini sağlayacak etkinlikleri içeren deneysel bir çalışma gerçekleştirilebilir.

Öğrenciler derslerde akran etkileşimleri ve tartışmalar ile matematiksel bilgileri yorumlama ve oluşturma şansı bulmalıdır. Derslerde üslü sayı anlayışları ve işlemlerine yönelik tartışmalara yer verilmelidir. Öğrencilerin özellikle *işlemlerin etkileri* sayı duygusu bileşenine yönelik yetersizlikleri olduğu dikkat çekmiştir. Öğrencilerin farklı sayı formlarını içeren işlemlerin sonuçları hakkında, hesaplama yapmadan yorumda bulunmalarını sağlayacak ortamlar hazırlanmalıdır.

Araştırmada tahminde bulunan öğrencilerin bu şekilde elde ettikleri sonucun değerli olmadığını düşündükleri görülmüştür. Öğrencilerin tahmin eğilimlerine eğilimlerine ket vurulmamalı, tahminen bir sonuç bulmanın matematikte önemli bir beceri olduğu ve özellikle hangi durumlarda kullanılabileceği vurgulanmalıdır.

Öğrencilerin üslü sayılar ve üslü sayılarla işlemler ile ilgili yanlışlarının olduğu görülmüştür. Öğrenciler bazı durumlarda sahip oldukları bu yanlışlar nedeniyle yanlış bir düşünce ile doğru cevaba ulaşabilmiştir. Öğrencilerin yanlışlarının fark edilebilmesi için öğretmenler tarafından açık uçlu soruları içeren ölçme ve değerlendirmelere ve bunun yanı sıra sınıf içinde tartışma etkinliklerine yer verilmelidir.

Kaynakça

- Aunio, P., Niemivirta, M., Hautamaki, J., Van Luit, J. E. H., Shi, J. ve Zhang, M. (2006). Young children's number sense in China and Finland. *Scandinavian Journal of Educational Research*, 50(5), 483-502.
- Avcu, R. (2010). Eight graders' capabilities in exponents: making mental comparisons. *Practice and Theory in System of Education*, 5(1), 39-48.
- Cengiz, Ö. M. (2006). *Reel sayıların öğretiminde bir kısım ortaöğretim öğrencilerinin yanlışları ve yanlışları üzerine bir çalışma*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Atatürk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.
- Duatepe-Paksu, A. (2008). *Üslü ve köklü sayılardaki öğrenme güçlükleri*. Özmantar, M. F. ve Akkoç, H. (Eds): Matematiksel kavram yanlışları ve çözüm önerileri. Pegem Akademi, Ankara, 9-39.
- Ginsburg, H. P. (1997). Mathematics learning disabilities: a view from developmental psychology. *Journal of learning disabilities*, 30, 20-33.
- Greeno, J. G. (1989). Some conjectures about number sense. In J. Sowder and B. Schappelle (Eds.), *Establishing foundations for research on number sense and related topics: Report of a conference*. San Diego, CA: San Diego State University, Center for Research in Mathematics and Science Education.
- Greeno, H. G. (1991). Number sense as situated knowing in a conceptual domain source. *Journal for Research in Mathematics Education*, 22(3), 170-218.
- Harç, S. (2010). 6. Sınıf öğrencilerinin sayı duygusu kavramı açısından mevcut durumlarının analizi, Yayınlanmış Yüksek Lisans Tezi, Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Işık, C. ve Kar, T. (2011). İlköğretim 6, 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin sayı algılama ve rutin olmayan problem çözme becerilerinin incelenmesi, *Ahi Evran Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 12(1), 57-72.
- Kaminski, E. (2002). Promoting mathematical understanding: Number sense in action. *Mathematics Education Research Journal*, 14(2), 133-149.
- Kayhan-Altay, M. (2010). *İlköğretim İkinci Kademe Öğrencilerinin Sayı Duyularının; Sınıf Düzeyine, Cinsiyete Ve Sayı Duyusu Bileşenlerine Göre İncelenmesi*, Yayınlanmamış Doktora Tezi, Hacettepe Üniversitesi, Ankara.
- Markovits, Z. ve Sowder, J. (1994). Developing number sense: An intervention study in grade 7. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25(1), 4-29.
- Markovits, Z. ve Pang, J. (2007). The ability of sixth grade students in Korea and Israel to cope with number sense tasks. In Woo, J. H., Lew, H. C., Park, K. S. ve Seo, D. Y. (Eds.), *Proceedings of the 31st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3, pp. 241-248) Seoul: PME.
- McIntosh, A., Reys, B. J. ve Reys, R. E. (1992). A proposed framework for examining basic number sense. *For the Learning of Mathematics*, 12(3), 2-9.
- MEB, (2009). *İlköğretim matematik dersi 6-8. sınıflar öğretim programı*. Ankara: Milli Eğitim Basımevi.
- Menon, R. (2004). Elementary school children's number sense. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*. <http://www.cimt.plymouth.ac.uk/journal/ramamenon.pdf>. adresinden 15.04.2013 tarihinden indirilmiştir.
- Mohamed, M. ve Johnny, J. (2010). Investigating number sense among students. *Procedia Social and Behavioral Sciences*, 317-324.
- NCTM (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- Olkun, S. ve Toluk-Uçar, Z. (2004). *İlköğretimde etkinlik temelli matematik öğretimi*. Ankara: Anı yayıncılık.
- Patton, M. Q. (2002). *Qualitative research and evaluation methods* (3rd Ed.). London:Sage publications.

- Pike, C. D. ve Forrester, M. A. (1996). The role of number sense in children's estimating ability. *Proceedings of the Day Conference, British Society for Research into Learning Mathematics* (pp. 43-48). Institute of Education, London: BSRLM. Retrieved May 28, 2010, from <http://bsrlm.org.uk/IPs/ip16-3/BSRLM-IP-16-3-Full.pdf>. adresinden 15.04.2013 tarihinde indirilmiştir.
- Pitta-Pantazi, D., Christou, C. ve Zachariades, T. (2007). Secondary school students' levels of understanding in computing exponents. *Journal of Mathematical Behavior*, 26(4), 301-311.
- Resnick, L. B. (1989). Defining, assessing and teaching number sense. In J. Sowder and B. Schappelle (Eds.), *Establishing foundations for research on number sense and related topics: Report of a conference*. San Diego, CA: San Diego State University, Center for Research in Mathematics and Science Education.
- Reys, R. E. ve Yang, D. C. (1998). Relationship between computational performance and number sense among sixth- and eighth- grade students in Taiwan. *Journal for Research in Mathematics Education*, 29(2), 225-237.
- Reys, R., Reys, B., McIntosh, A., Emanuelsson, G., Johansson, B., ve Yang, D. C. (1999). Assessing number sense of Students in Australia, Sweeden, Taiwan, and the United States. *School Science and Mathematics*, 99(2), 61-70.
- Sastre, M. T. M. ve Mullet, E. (1998). Evolution of the Intuitive Mastery of the relationship between base, exponent, and number magnitude in high-school students. *Mathematical Cognition*, 4(1), 67-77.
- Singh, P. (2009). An assessment of number sense among secondary school students. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning* <http://www.cimt.plymouth.ac.uk/journal/singh.pdf> adresinden 15.04.2013 tarihinde indirilmiştir.
- Sowder, J. T. ve Schappelle, B. P. (Eds.) (1989). *Establishing foundations for research on number sense and related topics: Report of a conference*. San Diego, CA: San Diego State University, Center for Research in Mathematics and Science Education.
- Sturdevant, R. J. (1991). Investigating the use of number sense by elementary students in grades 4, 6, and 8 (Doctor of Pilosophy of Missouri-Colombia, 1991).
- Şenay, Ş. C. (2002). *Üslü ve köklü sayıların öğretiminde öğrencilerin yaptıkları hatalar ve yanlışları üzerine bir araştırma*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya.
- Yang, D. C. ve Huang, F. Y. (2004). Relationships among computational performance, pictorial representation, symbolic representation, and number sense of sixth grade students in Taiwan. *Educational Studies*, 30(4), 373-389
- Yang, D. C. (2005). Number sense strategies used by 6th-grade students in Taiwan. *Educational Studies*, 31, 317-333.
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2008). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri*. Ankara: Seçkin Yayıncılık.

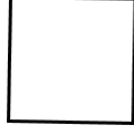
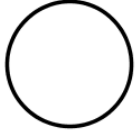
Ek 1. Üslü İfadeler ile İlgili Sayı Duyusu Ölçeği

1) $4^{-1} + 0,76 \square 2^0$ Kutunun sağındaki ve solundaki ifadelerin yaklaşık değerlerini düşünerek kutuya ">", "<" veya "=" işaretlerinden birini yerleştiriniz.

2) Aşağıda belirtilen işlemlerin ifade ettikleri değerleri, altında verilen şekiller üstünde tarayarak gösterebilir misiniz?

$$4^{-1} + 2^{-1}$$

$$5^0 - 3 \times 4^{-1}$$



3) " $3^6 \times 5^9$ işleminin sonucu, $3^8 \times 5^7$ işleminin sonucundan daha büyüktür." Bu ifade sizce doğru mudur? Nasıl karar verdiniz?

4) Aşağıdaki sayılardan tam 3 tanesiyle çarpma, bölme, çıkarma veya toplama işlemlerini kullanarak 52 sayısına ulaşabilir misiniz?

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{-4}, 2^2, \left(\frac{1}{6}\right)^{-2}, 52^0, 3^3, 1^0, 26, 2^{-1}, 5^2, 2$$

5) $5 \times 10^6 + 10^{-6} - 10^6$ ifadesinin yaklaşık değerini tek bir sayı ile ifade edebilir misiniz?

6) $3^3 \times 2^2$ işleminin sonucunun $3^2 \times 2^2$ veya $3^3 \times 2^3$ olduğunu söylemek birer tahmindir. Hangi tahmindeki hata daha azdır? Neden?

7) 2^6 sayısı 2^2 ile 2^{10} sayılarından hangisine daha yakındır?

8) $21^{-3} \square 31^{-2}$ kutuya ">", "<" veya "=" işaretlerinden hangilerini yerleştirebiliriz?

9) $7^{-3}, 7^{-4}, 7^2, 7^{-2}$, sayılarını küçükten büyüğe doğru sıralayınız.

10) 1254 sayısının 12^{-21} ile bölümü ve 12^{-21} ile çarpımı karşılaştırıldığında hangi işlemin sonucu daha büyük olur?

11) $175 \div 10^{-7}$ işleminin sonucu için aşağıdakilerden hangisinin doğru olduğunu söyleyebilirsiniz? Neden?

- a) 175'ten çok küçük
- b) 175'ten çok büyük
- c) 175'ten biraz küçük
- d) 175'ten biraz büyük
- e) İşlem yapmadan cevap veremeyiz.